

УДК 004.89

Черепанська І.Ю.

Житомирський державний технологічний університет

Безвесільна О.М.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Сазонов А.Ю.

Житомирський державний технологічний університет

АЛГОРИТМІЧНА КОРЕКЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ ПРЕЦИЗІЙНОЇ ПРИЛАДОВОЇ ГОНІОМЕТРИЧНОЇ СИСТЕМИ

У статті наводиться алгоритмічний метод корекції результатів вимірювання величин плоских кутів прецизійною приладовою гоніометричною системою. Основою методу є повна математична модель випадкових та систематичних складових похибок вимірювання, яка враховує несприятливі фактори, що виникають у нестационарних виробничих умовах, наприклад, автоматизованих приладових та машиновиробничств, попередньої виставки навігаційних чутливих елементів тощо, що супроводжуються виникненням низки завад, які додаються до вихідного вимірювального сигналу чутливого елемента. Алгоритмічна корекція результатів вимірювання може проводитись без застосування спеціалізованого лабораторного обладнання безпосередньо в процесі експлуатації прецизійної приладової гоніометричної системи при проведенні експерименту.

Ключові слова: гоніометрична система, алгоритмічна корекція, похибки вимірювання, систематична похибка, випадкова похибка.

Постановка проблеми. У процесі розробки сучасних високоточних гоніометричних систем, що використовуються для проведення різноманітних вимірювань величин плоских кутів у багатьох галузях науки і техніки, особлива увага приділяється підвищенню їх точності. Одним із перспективних і актуальних шляхів підвищення точності різних гоніометричних систем, у тому числі відомої прецизійної приладової гоніометричної системи (ППГС) [1], нині є застосування алгоритмічних методів обробки сигналів та компенсації похибок. Застосування вказаного дає змогу здійснювати корекцію результатів вимірювання, без застосування спеціалізованого лабораторного обладнання, безпосередньо під час проведення експерименту в процесі експлуатації ППГС.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відома низка наукових праць [2–7], в яких описано теоретичні основи і досліджено алгоритми корекції та фільтрації вимірювальних сигналів. Так, у роботі «Алгоритмічні методи високоточного визначення лінійних прискорень» [2] розглядаються алгоритмічні методи високоточного визначення лінійних прискорень у реальному часі. Основою цих методів є ідентифікація вектору стану чутливого елемента у вимірювачах прискорень, які використовую-

ються в інерціальних та гравіметричних системах. В роботі «Алгоритмы компенсации погрешностей выходного сигнала лазерного гороскопа» [3] розглядаються алгоритми компенсації похибок вихідного сигналу лазерного гіроскопа. В роботі [4] приводиться математична модель інструментальних похибок інклінометра на основі блоку триосового акселерометричного перетворювача для інклінометричних систем контролю, застосування якої при корекції результатів вимірювання дозволяє підвищити точність при вимірюванні. В роботі [5] описано нейромережевий алгоритм підвищення точності гоніометричних вимірювань та корекції вихідного сигналу. В роботі [6] розглядаються методи підвищення точності вимірювань на основі зворотних математичних моделей вимірювального каналу. В роботі [7] розглядаються основні методи підвищення точності навігаційного комплексу в режимі корекції. Встановлено, що найбільш актуальним є структурно-алгоритмічні методи підвищення точності в режимі корекції. Вказується, що розробка та вдосконалення алгоритмічного забезпечення дають змогу більш гнучко та ефективно використовувати нові і відомі системи та датчики вимірювальних систем. Необхідно вказати, що у певних роботах [2–4; 6; 7] не висвітлюються

питання корекції результатів гоніометричних вимірювань, а в роботі «Development of artificial neural network for determining the components of errors when measuring angles using a goniometric software-hardware complex» [5] не враховуються завади у випадку роботи ППГС у несприятливих та нестаціонарних умовах.

Гоніометричні вимірювання ППГС проводяться у несприятливих та нестаціонарних умовах, наприклад, автоматизованих приладо- та машиновиробництв, попередньої виставки навігаційних чутливих елементів тощо, що супроводжуються виникненням низки завод, які додаються до вихідного вимірювального сигналу чутливого елементу (ЧЕ) ППГС. Тому необхідно враховувати ці особливості, розробляючи математичні моделі похибок, що є основою алгоритмів корекції результатів вимірювання.

Постановка завдання. Метою статті є розробка алгоритмічного методу корекції вихідного сигналу ЧЕ ППГС, що забезпечить підвищення точності вимірювань величин плоских кутів у несприятливих та нестаціонарних умовах та дасть змогу здійснювати корекцію результатів вимірювання, без застосування спеціалізованого лабораторного обладнання, безпосередньо в процесі експлуатації ППГС.

Викладення основного матеріалу дослідження. Для ППСВК властиві всі види похибок, що визначаються загальноприйнятою класифікацією. Зокрема, похибка вимірювання має систематичну та випадкову складові частини, зміна яких в часі являє собою нестаціонарний випадковий процес при проведенні багаторазових вимірювань.

Повна математична модель похибки вимірювання кутів ППСВК описується з врахуванням причин, що призводять до відмінності результатів вимірювань при проведенні багаторазових експериментів. Причинами є: *інструментальна* $\Delta\phi_I$, *методична* $\Delta\phi_M$ та *суб'єктивна* $\Delta\phi_S$ похибки, які проявляються в результатах вимірювання у вигляді систематичних та випадкових складових частин похибки вимірювання.

Повна математична модель похибки вимірювання кутів представлена виразом:

$$\Delta\phi = f(\Delta\phi_I; \Delta\phi_M; \Delta\phi_S) = \left(2\pi \int_{t_1}^{t_2} \left[K(t)\omega_{LG}(t)\cos\alpha(t) + \frac{K_1(t)}{\omega_{LG}(t)\cos\alpha(t)} + f_0(t) \right] dt + N_{q1} \right) + \Delta\phi_{\omega} + \Delta\phi_{BT} - \phi, \quad (1)$$

де $\Delta\phi$ – похибка вимірювання кутів ППСВК; $\Delta\phi_I$ – інструментальна похибка; $\Delta\phi_M$ – методична похибка перевірки гоніометра; $\Delta\phi_S$ – суб'єктивна похибка оператора; $t_1, t_\phi, t_{2\pi}$ – моменти часу початку вимірювання, повороту на вимірюваний кут ϕ та

кут 2π відповідно, що зафіксовані автоколіматором; $K(t)$ – масштабний коефіцієнт ЧЕ; ω_α – кутова швидкість, що впливає на гоніометр; $\alpha(t)$ – кут між віссю обертання обертового пристрою і віссю чутливості гоніометра; $K_{-1}(t), f_0(t)$ – нелінійність і зсув нуля вихідної характеристики ЧЕ відповідно; N_{q1}, N_{q2} – шум і дискретність квантування сигналу гоніометра; $\Delta\phi_{cal}$ – похибка обчислень значень вимірюваного кута в ЕОМ; $\Delta\phi_{BT}$ – виробничо-технологічна похибка, зумовлена відхиленням параметрів виробничих процесів виготовлення складників ППГС від заданих; ϕ – дійсне значення вимірюваного кута.

Вираз (1) може розв'язуватися чисельними методами. Проте оцінка похибки вимірювання кута $\Delta\phi$ за виразом (1) у загальному вигляді є досить складною математичною задачею. Тому при вирішенні практичних задач використовуємо вираз (2):

$$\Delta\phi = \phi - \phi_0, \quad (2)$$

де ϕ – виміряне значення кута за виразом (1), ϕ_0 – істинне значення.

Домінуючою щодо інших складових частин похибок ППГС є *інструментальна похибка* $\Delta\phi_I$, яка зумовлюється недосконалістю технологічного процесу виготовлення, експлуатаційною зміною параметрів та характеристик конструкційних матеріалів і складових елементів системи, впливом зовнішніх та внутрішніх збурень (наприклад, кутової швидкості різної природи, електромагнітних полів, температури, вологи, нестабільністю напруги живлення тощо), що призводить до періодичної зміни параметрів системи загалом і впливає на її функцію перетворення $Y(t) = f(X(t))$. Складниками інструментальної похибки $\Delta\phi_I$ ППГС можуть бути виробничо-технологічні відхилення, шуми та завади різної природи, зовнішні та внутрішні збурення. В результаті інструментальна похибка може бути представлена таким виразом:

$$\Delta\phi_I = \Delta\phi_{BT} + \Delta\phi_{\omega} + \Delta\phi_{F,F'}, \quad (3)$$

де $\Delta\phi_I$ – інструментальна похибка; $\Delta\phi_{BT}$ – виробничо-технологічна похибка; $\Delta\phi_{\omega}$ – похибка шуму; $\Delta\phi_{F,F'}$ – похибка збурення, обумовлена виникненням зовнішніх $F(t)$ та внутрішніх $F'(t)$ збурень відповідно.

Зовнішні $F(t)$ та *внутрішні* $F'(t)$ збурення зумовлюють виникнення так званої похибки збурення $\Delta\phi_{F,F'}$. До зовнішніх збурень $F(t)$, що діють на гоніометр, можна зарахувати зовнішні динамічні впливи, що викликають кутові коливання основи гоніометра та визначають тенденцію зміни кута положення основи гоніометра. Так, як вимірювальний перетворювач у ППГС використовується

високоточний лазерний гоніометр, що може бути реалізований, наприклад, лазерним гіроскопом (кільцевим лазером). Останній є вимірювальним перетворювачем кутової швидкості в інерційному просторі. У зв'язку з цим прилад загалом буде підлягати впливу різних кутових швидкостей, зокрема кутової швидкості обертання платформи поворотного пристрою ($\bar{\omega}(t)$), обертання Землі ($\bar{\omega}_e$), обертання основи платформи поворотного пристрою щодо Землі ($\bar{\omega}_{bas}(t)$). Сумарний вплив кутових швидкостей різного роду на прилад може бути записаний таким виразом:

$$\bar{\omega}_\Sigma(t) = \bar{\omega}(t) + \bar{\omega}_e + \bar{\omega}_{bas}(t), \quad (4)$$

де $\bar{\omega}_\Sigma(t)$ – сумарна кутова швидкість від кутових швидкостей різного роду, що впливає на точність вимірювання ППГС; $\bar{\omega}(t)$ – кутова швидкість обертання платформи поворотного пристрою ППГС, що може бути описана виразом (7); $\bar{\omega}_e$ – кутова швидкість обертання Землі; $\bar{\omega}_{bas}(t)$ – обертання основи платформи поворотного пристрою ППГС щодо Землі ($\bar{\omega}_{bas}(t)$).

Кутова швидкість обертання платформи поворотного пристрою ППГС може бути описана таким виразом:

$$\bar{\omega}(t) = \bar{c} [\omega_0 + \omega_1 t + \omega_{det}(t) + \omega_\xi(t) + \omega_\zeta], \quad (5)$$

де \bar{c} – одиничний вектор; ω_0 – постійна складова частина кутової швидкості; ω_1 – коефіцієнт лінійного дрейфу; $\omega_{det}(t)$ – детермінована складова частина кутової швидкості (наприклад, синусоїдальні коливання); $\omega_\xi(t)$ – випадкова складова частина кутової швидкості (випадковий процес); ω_ζ – зміщення величини кутової швидкості між вмиканнями приладу, що є випадковим процесом.

Зміна кута положення основи гоніометра, зокрема величина кута між віссю обертання поворотного пристрою і віссю чутливості лазерного гіроскопа, може бути представлена таким виразом:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_\xi(t), \quad (6)$$

де α_0 – постійне відхилення; $\alpha_\xi(t)$ – стаціонарний Гаусовський процес із математичним очікуванням $M[\alpha_\xi(t)] = 0$ і дисперсією $D[\alpha_\xi(t)] = \sigma_\alpha^2$.

Виробничо-технологічна похибка $\Delta\phi_{BT}$ виникає внаслідок виробничо-технологічних відхилень метрологічних параметрів Аі приладу від номінальних значень, що з'являються внаслідок похибок виготовлення деталей, конструкцій, вузлів гоніометра і зумовлюється частковими похибками окремих складових елементів $\Delta_j = f(\Delta_j | j = \overline{1, J})$, де j – складові елементи ППГС як складної багаторівневої вимірювальної системи, що містить первинні перетворювачі, пристрої перетворення та обробки інформації, пристрої зв'язку та передачі

інформації, пристрої зберігання та відображення інформації.

Реальна функція перетворення відрізняється від номінальної через виробничо-технологічну похибку $\Delta\phi_{BT}$, яка може бути визначена за виразом таким чином:

$$\Delta\phi_{BT} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{d\phi_{BT}}{d\phi_{k_{BT}}} \right) \Delta\phi_{k_{BT}} = \sum_{k=1}^K B_k \Delta\phi_{k_{BT}}, \quad (7)$$

де $\Delta\phi_{BT}$ – похибка, що виникає внаслідок виробничо-технологічних відхилень процесу виробництва; $B_k = \left(\frac{d\phi_{BT}}{d\phi_{k_{BT}}} \right)$ – коефіцієнти впливу, що обчислюються при номінальних значеннях q_k -го виробничо-технологічного параметру приладу; $\Delta\phi_{k_{BT}}$ – первинна похибка параметру q_k , $\Delta\phi_{k_{BT}} = (\phi_k - \phi_{k0})$.

Шуми та завади різної природи призводять до появи похибок інформаційних сигналів ППГС. Внаслідок цього виникає так звана похибка шуму $\Delta\phi_{ш}$, що може бути представлена за таким виразом:

$$\Delta\phi_{ш} = \sum \Delta\phi(N_{q1}) + \Delta\phi(N_{q2}), \quad (8)$$

де $\Delta\phi_{ш}$ – похибка шуму; $\Delta\phi(N_{q1}); \Delta\phi(N_{q2})$ – складники похибки шуму, викликані дискретністю і квантуванням сигналу відповідно.

Похибки шуму виникають через наявність додаткових блоків у конструкції ППГС, які необхідні для дискретизації та квантування аналогових сигналів отримуваних від оптичних та електронних пристроїв ППГС (автоколіматора, CMOS-матриці) з їх подальшою обробкою у ЕОМ.

Методична похибка $\Delta\phi_M$ у загальному випадку є складовою частиною систематичної похибки вимірювань, і в цьому разі може бути зумовлена похибкою використовуваного методу атестації, повірки та градуювання, дрейфом вихідної характеристики, похибкою обчислень значень вимірюваного кута в ЕОМ.

Похибка використовуваного методу атестації, повірки та градуювання гоніометра при застосуванні зразкових засобів вимірювання, наприклад, багатогранних призм або кутових мір, які використовуються для регулювання і настройки кутомірних приладів і безпосереднього вимірювання кутів промислових виробів відповідно до ГОСТ 2875-88.

Похибка, зумовлена відхиленнями геометричної форми та розмірів багатогранної призми, може бути представлена таким чином:

$$\Delta\phi_i^k = f[\eta_{iz,k}; S_i; l_{ix,y}; \alpha_{iz,k}], \quad (9)$$

де $\eta_{iz,k}$ – відхилення від площинності кожної з i -ї грані призми по двох осях $z, k, z, k, \in \{x, y, z\}$; S_i – відхилення від прямолінійності кожної з i -ї грані призми по двох осях; $l_{ix,y}$ – відхилення від паралельності поверхонь; $\alpha_{iz,k}$ – відхилення кута.

Дрейф вихідної характеристики. Дослідження параметрів дрейфу вихідної характеристики КЛ показали, що у разі застосування гоніометрів у специфічних умовах (наприклад, при малому часі вимірювання, застосуванні методу самокалібрування, відсутності зовнішніх впливів з різкою зміною параметрів і т.д.) масштабний коефіцієнт може бути описаний виразом:

$$K(t) = K_0 + K_2 t + K_\xi(t), \quad (10)$$

де K_0 – постійна складова частина масштабного коефіцієнта; K_2 – Гаусовська випадкова величина; $K_\xi(t)$ – стаціонарний Гаусовський процес із математичним очікуванням $M[K_\xi(t)] = 0$ і дисперсією $D[K_\xi(t)] = \sigma_K^2$.

Параметри $K_{-1}(t)$ і $f_0(t)$ вихідної характеристики гоніометра, що визначають нелінійність і зсув нуля відповідно під час вимірювання, можуть бути прийняті постійними величинами:

$$K_{-1}(t) = K_{-1}; \quad f_0(t) = f_0, \quad (11)$$

Похибка обчислень значень вимірюваного кута в ЕОМ $\Delta\phi_{cat}$. Виміряні кути ϕ_i при відліку кутів, наприклад, від базової грані призми обчислюються ЕОМ за формулою:

$$\phi_i = 2\pi \frac{N_{i-1} + N_i}{N_{n-1} + N_n} = 2\pi \frac{N_\phi}{N_{2\pi}}, \quad (12)$$

$$N_{i-1} = 0 \quad \text{при } i = 1,$$

де i – номер вимірюваного кута; N, N_i, N_{i-2} – множина чисел, що отримується за один повний оберт обертового пристрою ППСВК:

$$N = \{N_i, | i = 1, n \};$$

$$N_i = N_{i-2} + \int_{t_i}^{t_{i+1}} f_{Gout}(t) dt, \quad (13)$$

де i – порядковий номер числа, що відповідає порядковому номеру грані призми; n – кількість граней призми; t_i – час надходження імпульсів автоколіматора від i -ої грані призми, $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{n+1}$ – час надходження імпульсів автоколіматора від 1, 2, 3, $n+1$ грані призми відповідно; f_{Gout} – частота сигналу від гоніометра.

Таким чином,

$$N_1 = \int_{t_1}^{t_2} f_{out}(t) dt, \quad N_2 = \int_{t_2}^{t_3} f_{out}(t) dt,$$

$$N_3 = N_1 + \int_{t_3}^{t_4} f_{out}(t) dt, \quad N_4 = N_2 + \int_{t_4}^{t_5} f_{out}(t) dt,$$

$$N_{n-1} = N_{n-3} + \int_{t_{n-1}}^{t_n} f_{out}(t) dt,$$

$$N_n = N_{n-2} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_{out}(t) dt.$$

Час t початку або закінчення відліку кутів при вимірюванні може бути записаний у вигляді випадкової величини:

$$t = t_0 + t_{del} + t_\xi, \quad (14)$$

де t_0 – точний час формування імпульсів керування лічильником; t_{del}, t_ξ – детермінована і випадкова складові частини похибки часу відповідно.

Суб'єктивна похибка $D\phi_S$, або похибка оператора, залежить від ретельності роботи та кваліфікації особи, що проводить вимірювання, та може бути зумовлена:

1) неточністю або похибкою базування $\Delta\phi_S^\delta$ контрольованого об'єкта вимірювання, наприклад, багатогранної призми на предметному столі приладу;

2) похибкою наведення $\Delta\phi_S^n$;

3) похибкою часу відліку кутів. Так, час t початку або закінчення відліку кутів при вимірюванні може бути записаний у вигляді випадкової величини за виразом (14).

При багаторазових вимірюваннях отримані значення кутів можуть бути представлені у вигляді виразу:

$$\phi_{ij} = \phi_{0ij} + \Delta_{ij} + \sigma_{ij}, \quad (15)$$

де ϕ_{0ij} – істинне значення вимірюваного кута; Δ_{ij} – систематична складова похибки вимірювання i -го кута у j -их положеннях багатогранної призми, де $i \in [1; m], j \in [1; n]$; σ_{ij} – випадкова складова частина похибки вимірювання i -го кута у j -их положеннях багатогранної призми, де $i \in [1; m], j \in [1; n]$.

Виміряне та обчислене в ЕОМ значення кута $\phi_{i,j}$, отримане від гоніометра, може бути представлено виразом:

$$\phi = 2\pi \frac{N_\phi}{N_{2\pi}}, \quad (16)$$

$$\text{де } \phi = \int_{t_1}^{t_\phi} \omega_0 dt; \quad 2\pi = \int_{t_0}^{t_{2\pi}} \omega_0 dt;$$

$$N_{2\pi} = K \int_{t_0+t_{2\pi,1}}^{t_{2\pi}+t_{2\pi,2}} \omega_0 dt; \quad t_{\phi,1}, t_{\phi,2}, t_{2\pi,1}, t_{2\pi,2} -$$

незалежні Гаусовські випадкові величини з параметрами:

$$Mt_{\phi,1} = Mt_{\phi,2} = Mt_{2\pi,1} = Mt_{2\pi,2} = 0$$

$$Dt_{\phi,1} = \sigma_{\phi,1}^2, \quad Dt_{\phi,2} = \sigma_{\phi,2}^2, \quad Dt_{2\pi,1} = \sigma_{2\pi,1}^2, \quad Dt_{2\pi,2} = \sigma_{2\pi,2}^2$$

Випадкова $\sigma_{i,j}$ складова частина похибки вимірювання кутів ϕ_{ij} може бути представлена як різниця між виміряним значенням ϕ_{ij} за виразом (16) та істинним ϕ_{0ij} таким чином:

$$\Delta\phi = \phi - \phi_0 = 2\pi \frac{N_\phi}{N_{2\pi}} - 2\pi \frac{K\phi + K\omega_0(t_{\phi,2} - t_{\phi,1})}{K2\pi + K\omega_0(t_{2\pi,2} - t_{2\pi,1})} = \frac{\phi\omega_0(t_{2\pi,2} - t_{2\pi,1}) - 2\pi\omega_0(t_{\phi,2} - t_{\phi,1})}{2\pi + \omega_0(t_{2\pi,2} - t_{2\pi,1})} = \frac{\theta}{\eta}, \quad (17)$$

де θ – Гаусовська випадкова величина $M\theta = 0$, що визначається за виразом (29); η – Гаусовська випадкова величина $M\eta = 2\pi$, що визначається за виразом (30); (θ, η) – Гаусовський вектор, що описується виразом (21) і який можна представити у вигляді лінійного перетворення гаусовського вектора з незалежними компонентами та описати виразами (21), (22) якщо $t_{2\pi,2} - t_{2\pi,1} = \xi_1$, $t_{\phi,2} - t_{\phi,1} = \xi_2$.

$$\theta = \phi \cdot \omega_0 \cdot (t_{2\pi,2} - t_{2\pi,1}) - 2 \cdot \pi \cdot \omega_0 (t_{\phi,2} - t_{\phi,1}); \quad (18)$$

$$D\theta = \phi^2 \cdot \omega_0^2 \cdot (\sigma_{2\pi,1}^2 + \sigma_{2\pi,2}^2) + 4 \cdot \pi^2 \cdot \omega_0^2 (\sigma_{\phi,1}^2 + \sigma_{\phi,2}^2) = \sigma_\theta^2$$

$$D\eta = M(\eta - 2\pi)^2 = \omega_0^2 (\sigma_{2\pi,1}^2 + \sigma_{2\pi,2}^2) = \sigma_\eta^2, \quad (19)$$

$$\text{cov}(\theta, \eta) = M\theta(\eta - 2\pi) = \phi^2 \omega_0^2 (\sigma_{2\pi,2}^2 + \sigma_{2\pi,1}^2), \quad (20)$$

$$\rho = \frac{\text{cov}(\theta, \eta)}{\sqrt{\sigma_\theta^2 \sigma_\eta^2}} = \frac{\phi^2 (\sigma_{2\pi,1}^2 + \sigma_{2\pi,2}^2)}{\sqrt{\phi^2 (\sigma_{2\pi,1}^2 + \sigma_{2\pi,2}^2) + 4\pi^2 (\sigma_{\phi,1}^2 + \sigma_{\phi,2}^2)}}, \quad (21)$$

$$\begin{pmatrix} \theta \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi\omega_0 & -2\pi\omega_0 \\ \omega_0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2\pi \end{pmatrix}, \quad (22)$$

Сумісна густина випадкових величин θ, η задається формулою:

$$P_{\theta,\eta}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_\theta\sigma_\eta\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{x^2}{\sigma_\theta^2} - 2\rho\frac{xy - 2\pi y}{\sigma_\theta\sigma_\eta} + \frac{(y-2\pi)^2}{\sigma_\eta^2}\right]\right\}, \quad (23)$$

Варто вказати, що для

$$\sigma_{2\pi,1} = \sigma_{2\pi,2} = \sigma_{\phi,1} = \sigma_{\phi,2} = \sigma,$$

середнє квадратичне відхилення для θ становить $\sigma_\theta^2 = \sigma^2 2\omega_0^2 [\phi^2 + 2\pi^2]$, а для η дорівнює

$$\sigma_\eta^2 = 2\omega_0^2\sigma^2, \quad \rho = \frac{\phi^2}{\sqrt{\phi^2 + 4\pi^2}}.$$

Оскільки складові частини похибок вимірювання ППГС є випадковими величинами, похибки підпорядковуються нормальному закону розподілу, для якого функція густини розподілу імовірності має вигляд:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (24)$$

де μ – математичне очікування випадкової величини (похибки); σ – середнє квадратичне відхилення випадкової величини (похибки).

Знайдемо густину $\rho_{\Delta\phi}(z)$ розподілу випадкової складової частини похибки вимірювання кутів $\Delta\phi$ ППГС за формулою для густини відношення двох випадкових величин:

$$P_{\Delta\phi}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |y| \rho_{\theta,\eta}(zy, y) dy = \frac{1}{2\pi\sigma_\theta\sigma_\eta\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{\infty} |y| \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} Q(z, y)\right\} dy,$$

$$Q(z, y) = \frac{z^2 y^2}{\sigma_\theta^2} - 2\rho \frac{zy(y-2\pi)}{\sigma_\theta\sigma_\eta} + \frac{(y-2\pi)^2}{\sigma_\eta^2} = A^2 \left(y + \frac{B}{A^2}\right)^2 - \left(\frac{B^2}{A^2} - C\right),$$

де

$$A^2 = \frac{z^2\sigma_\eta^2 - 2\sigma_\theta\sigma_\eta z\rho + \sigma_\theta^2}{\sigma_\eta^2\sigma_\theta^2}, \quad B = \frac{2\pi(\sigma_\eta\rho z - \sigma_\theta)}{\sigma_\theta\sigma_\eta^2}, \quad C = \frac{(2\pi)^2}{\sigma_\eta^2}$$

Відповідно до наведеного густина $\rho_{\Delta\phi}(z)$ розподілу імовірності випадкової складової частини похибки $\Delta\phi$ вимірювання кутів ППГС може бути визначена за таким виразом:

$$\rho_{\Delta\phi}(z) = \frac{1}{2\pi\sigma_\theta\sigma_\eta\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{\infty} dy \exp\left\{-\frac{\left(C - \frac{B^2}{A^2}\right)}{2(1-\rho^2)}\right\} |y| \exp\left\{-\frac{A^2}{2(1-\rho^2)}\left(y + \frac{B}{A^2}\right)^2\right\}, \quad (25)$$

де

$$\left(C - \frac{B^2}{A^2}\right) \frac{1}{2(1-\rho^2)} = \frac{2\pi^2 z^2}{(z^2\sigma_\eta^2 - 2\sigma_\theta\sigma_\eta z\rho + \sigma_\theta^2)}.$$

Ймовірність $P\Delta\phi(z)$ можна обчислювати, використовуючи наближені методи для обчислення інтервалів:

$$P\{\Delta\phi \in x\} = \int_x^\infty \rho\Delta\phi(z) dz + \int_{-\infty}^{-x} \rho\Delta\phi(z) dz.$$

Особливістю випадкових похибок є неможливість їх виключення із результатів вимірювання, шляхом введення відповідних поправок. Проте випадкові похибки можна суттєво зменшити збільшенням кількості спостережень, що визначаються за відомою методикою, яка спрямована на визначення оптимальної (необхідної та достатньої) кількості вимірювань для досягнення заданої високої точності та достовірності результатів вимірювання, з огляду на часові та економічні аспекти витрат [8].

Практична реалізація алгоритмічної компенсації похибок вимірювання здійснюється в ЕОМ на основі розробленої раніше штучної нейронної мережі [9; 10]. Кінцевим результатом застосування запропонованих математичних моделей складових елементів похибок вимірювання є підвищення точності вимірювання величин плоского кута ППГС.

Висновки.

1. У статті наводяться повні математичні моделі складових елементів похибок вимірювання величин плоских кутів ППГС, які враховують несприятливі фактори, що виникають у виробничих умовах приладо- та машинобудування.

2. Математичні моделі складових елементів похибок вимірювання є основою алгоритмічної корекції результатів вимірювання величин плоских кутів ППГС, яка може здійснюватись в ЕОМ безпосередньо в процесі експлуатації ППГС.

3. Корекція результатів вимірювання може проводитись без застосування спеціалізованого лабораторного обладнання під час вимірювання кутів у несприятливих та нестаціонарних виробничих умовах та дасть змогу підвищити точність вимірювання.

Список літератури:

1. Черепанська І.Ю., Безвесільна О.М., Сазонов А.Ю. Патент України на корисну модель 127373. Інтелектуальна система вимірювання кутів. МПК: G 01 B 21/22 (2006.01). Надр. 25.07.2018, Бюл. № 14.
2. Безвесільна О.М. Алгоритмічні методи високоточного визначення лінійних прискорень. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2018. № 5(265). С. 100–105.
3. Суханов С.В. Алгоритмы компенсации погрешностей выходного сигнала лазерного гироскопа. *Вестник Нижегородского университета им. И.Н. Лобачевского*. 2011. № 3(2). С. 134–140. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/algorithmy-kompensatsii-pogreshnostey-vyhodnogo-signalazernogo-giroskopa> (дата звернення: 10.01.2019).
4. Ковшов Г.Н., Живцова Л.И. Математическая модель трехосевого микромеханического акселерометра для инклинометрической системы контроля и ориентации скважин. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2014. № 6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/matematicheskaya-model-trehosevogo-mikromehanicheskogo-akselerometra-dlya-inklinometricheskoy-sistemy-kontrolya-i-orientatsii> (дата звернення: 10.01.2019).
5. Cherepanska I., Bezvesilna E., Sazonov A., Nechai S., Pidtychenko O. Development of artificial neural network for determining the components of errors when measuring angles using a goniometric software-hardware complex. *Eastern-European journal of enterprise technologies*. 2018. № 9 (95). P. 43–51.
6. Купер В.Я., Рубцов М.Г. Алгоритмические методы повышения точности измерений на основе обратных интерполяционных моделей. *Вестник самарского государственного технического университета*. 2010. № 3(28). С. 67–72.
7. Дорожкин А.Д., Джусь О.А. Анализ методов повышения точности и надежности данных о параметрах движения аэродинамического летательного аппарата. *Современные проблемы науки и образования*. 2014. № 3. URL: www.science-education.ru/ru/article/view?id=13610 (дата звернення: 10.01.2019).
8. Cherepanska I., Bezvesilna E., Sazonov A., Nechai S., Khylychenko T. The procedure for determining the number of measurements in the normalization of random error of an information-measuring system with elements of artificial intelligence. *Eastern-European journal of enterprise technologies*. 2017. № 5/9 (89). P. 58–67.
9. Черепанська І.Ю., Безвесільна О.М., Сазонов А.Ю. Штучні нейронні мережі при вирішенні задач технологічної підготовки гнучкого виробництва : монографія з грифом КПІ. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 92 с.
10. Черепанська І.Ю., Безвесільна О.М., Сазонов А.Ю. Патент України на корисну модель 124155. Спосіб вимірювання кутів. МПК: G 01 B 21/22 (2006.01). Надр. 26.03.2018, Бюл. № 6.

АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ПРЕЦИЗИОННОЙ ПРИБОРНОЙ ГОНИОМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

В статье приводится алгоритмический метод коррекции результатов измерения величин плоских углов прецизионной приборной гониометрической системой. Основой метода является полная математическая модель случайных и систематических составляющих погрешностей измерения, которая учитывает неблагоприятные факторы, возникающие в нестационарных производственных условиях, например, автоматизированных приборо- и машинопроизводствах, при предварительной выставке навигационных чувствительных элементов и т.д., сопровождающиеся возникновением ряда помех, которые добавляются к исходному измерительному сигналу чувствительного элемента. Алгоритмическая коррекция результатов измерения может проводиться без применения специализированного лабораторного оборудования непосредственно в процессе эксплуатации прецизионной приборной гониометрической системы при проведении экспериментов.

Ключевые слова: гониометрическая система, алгоритмическая коррекция, погрешности измерения, систематическая погрешность, случайная погрешность.

ALGORITHMIC CORRECTION OF MEASURING RESULTS OF THE PRECISE INSTRUMENT GONIOMETRIC SYSTEM

The article presents algorithmic method for correcting the results of measuring plane angles of the precise instrument goniometric system. It is based on the complete mathematical model of random and systematic components of measuring errors, which takes into account adverse factors arising in non-stationary production conditions, i.e. automated instrument and machine making, during a preinstallation of navigation sensors, etc., which has been accompanied by the noise. The last one is added to the original signal of the sensing element. Algorithmic correction of measuring results can be carried out without specialized laboratory equipment, directly during the precise instrument goniometric system work.

Key words: goniometric system, algorithmic correction, measuring errors, systematic error, random error.